時間領域有限体積法による非構造格子汎用音場数値解析コードの開発 (1) 定式化およびオープンソース数値計算ツールキット援用による核コードの実装

A finite-volume time-domain approach for unstructured grid general-purpose computational acoustics software development part 1:

formulation and implementation of core code using an open-source numerics toolkit

大嶋拓也今野雅Takuya OSHIMAMasashi IMANO新潟大学工学部東京大学大学院工学系研究科Faculty of Enginnering, Niigata UniversitySchool of Engineering, The University of Tokyo

内容梗概: 近年、音響数値解析への急速な適用拡大が進む時間領域有限差分 法の特質に由来する欠点として、解析コードの汎用化および解析事例共有が困 難である点が挙げられる。そのため中小規模解析では解析自体の負荷より解析 対象の格子分割・条件入力、解析結果の可視化・可聴化などプリ・ポストプロ セッシングの負荷が卓越する状況となっている。そこで本研究では、格子分割 における自由度の高い有限体積法による時間領域解析手法を提案および実装す る。実装にあたっては多種の汎用プリ・ポストプロセッサに対応済のオープン ソース汎用数値計算ツールキット上のアプリケーションとして構築することで、 広範な汎用性の獲得および事例共有のための基盤整備を目指す。

1 緒言

1.1 本研究の背景

時間領域有限差分法 (FDTD 法) による音場数 値解析手法 [1] は近年、音響障壁回折減衰量理論 解の検証 [2] からコンサートホールの音響特性予 測 [3]、屋外音響伝搬予測 [4] といった多様な問題 に対する適用が急速に進みつつある。その主たる 理由は、急速な計算機性能の向上および以下に示 す FDTD 法の特徴による相乗効果と考えられる。 1. プログラミングが容易でプログラムミスを起こ

しにくい。

- 2. 格子あたりの解析負荷が軽い。
- 3. 多数の既往解析例が蓄積された、実証された解 析手法である。
- 4. 時間領域解析であるため、過渡的音響現象の可 視化・可聴化に優れる。
- 5. 解析結果の周波数領域への変換により、一回の 解析で周波数応答を得られる。

 基礎方程式への項の追加により、多様な媒質の 取扱いが可能である。

ところで、2.の特徴が顕著に表出する中小規模 の2次元解析においては、計算機性能の十分な向 上により、もはや解析所要時間・所要記憶容量と いった従来から知られる計算機側の負荷よりも、 解析対象の形状入力、格子分割、初期・境界条件 設定、結果の可視化・可聴化といったプリ・ポス トプロセッシングに対する人間側の負荷が優越す る状況となっている。今後も当面、計算機性能の 向上は概ね現在のペースの維持が予想されること から、本傾向は遠からず中・大規模の3次元解析 においても顕在化すると見られる。また、3.の解 析例蓄積が進むにつれ、解析者自身のみならず解 析者間でのコード・データ共有へのニーズが高ま りつつある。このような現況を踏まえれば、さら なる数値解析適用範囲拡大には、これらプリ・ポ ストプロセッシング関連、さらには解析条件・結



Fig. 1: Schematic of conventional and proposed approaches.

果データ記述フォーマットの統一による解析結果 の蓄積・共有の容易化といった総合的な数値計算 環境の整備は急務と言える。

しかしながら以上の観点から FDTD 法を取り巻 く現況を見ると、以下が当該環境整備の障害とし て指摘される (Fig. 1a)。

- FDTD 法においては解析対象に対する直交直線 型の直方体格子分割が基本であり、不整形形状 境界面に対しては階段近似が必要である。さら に階段近似面に法線方向音響インピーダンス境 界条件を設定する場合、各座標軸方向に対して 個別に音響インピーダンスを設定する必要があ る。このような格子生成および境界条件設定が 可能な汎用プリプロセッサは希少である。
- FDTD 法解析コードの多くは解析者が独自にス クラッチからモノリシックにプログラミングす るため、データフォーマットが独自のものとな り、プリ・ポストプロセッサに対して解析者自 身が多大な労力を費して個別に対応する必要が ある。
- 3.1.、2.の理由から、解析者間でのデータ共有・

蓄積・追試が困難である。

上記1.に対する解決策として、筆者は一般曲線 座標系変換による境界形状適合 FDTD 法 [5] を提 案してきた。しかしながら本手法は、FDTD 法と してのプログラミングの容易性は比較的維持され ているものの、構造格子の制約から必ずしも複雑 境界形状への適合自由度が必ずしも高いとは言い 難い。これは FDTD 法が支配方程式の各座標軸 成分への分解から導出される手法であるための制 約であり、FDTD 法の枠組内での解決は困難であ る。また解析者自身によるプログラミングを前提 としている以上、上記 2.、3. に対しての解決策と はなっていない。

1.2 本研究の目的

そこで本研究では従来のFDTD法に代わり、非 構造格子の取扱いが可能な時間領域有限体積法 (finite-volume time-domain method; FVTD法) による音場数値解析手法を導入し、1.の解決を図 る。さらに本手法の実装にあたっては、従前のス クラッチからのプログラミングを行わず、次節に 述べる特徴を有するオープンソースの汎用数値計 算ツールキット OpenFOAM[6] の上のユーザアプ リケーションとして構築する。以上によって冒頭 の FDTD 法の特徴を極力維持しつつ、2.、3.の解 決を図る (Fig. 1b)。

1.3 OpenFOAM の特徴

OpenFOAM はオブジェクト指向言語 C++で記 述された、CFD(数値流体力学)、応力解析、金融 工学等の諸問題に対応可能な大規模汎用数値計算 クラスライブラリであり、元来英国 Nabla 社の商 用コードであった FOAM が 2004 年 12 月にオー プンソース化されたものである。その特徴として 以下が挙げられる [7]。

- 任意多面体から構成される非構造格子の取扱いが可能な、主として有限体積法に基づくライブラリであり、解析対象の格子分割にあたっては原理的に有限要素法 (FEM)と概ね同等の自由度を有する。従って複雑形状の解析においても有限体積法またはFEM用の汎用プリプロセッサによる格子生成が可能である。また格子の取扱いはライブラリによってユーザからほぼ完全に隠蔽されているため、ユーザによる明示的なプログラミングは不要である。
- 2. 高度なカプセル化および多態性(ポリモーフィ ズム)等のオブジェクト指向言語としてのC++ の特徴が活かされているため、支配方程式の解 法を非常に簡潔に記述可能である(後述)。また 支配方程式の記述部と境界条件の記述部が完全 に分離されたモジュール構造となっているため、 両者の組合せ・差し替えを柔軟に行える。さら には既存の計算モデルから派生した新しいモデ ルの実装のような再利用・改良が非常に簡便に 行える。
- 3. 初期条件・境界条件・解析結果データを柔軟に 記述可能なフォーマットが統一的に規定されて いる (例えば、解析結果の出力データを次の解 析の初期条件として使用することも可能)。当該 フォーマットでの入出力ライブラリが用意され ているため、詳細なドキュメントや変換ソフト ウエアを用意すること無く、解析コード・デー

タの解析者間での交換および不特定者への公開 が可能である。ゆえに既往解析例の共有・追試・ 蓄積が容易となる。

- OpenFOAM 付属のデータ形式コンバータの併 用により、OpenFOAM に対応した多数のプリ・ ポストプロセッサが既に存在する。
- GPL (GNU General Public License) による オープンソースコードであるため、既存のコー ドを参考にして、新たなアプリケーションの開 発が効率的に行える。また商用コードのような ライセンス数制限がないため、誰もがパーソナ ルコンピュータからスーパーコンピュータまで 様々なプラットフォームで、台数制限無く実行 可能である。
- 6. ユーザが内部構造を意識すること無く、領域分 割型並列計算の実装が容易に可能である。

ここで 2. については、例えば速度ポテンシャル *φ* が音速 *c*₀ で伝搬する波動方程式

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c_0^2 \nabla^2 \phi \tag{1}$$

を陽解法で解くコードの核は、以下のように非常 に簡潔に記述される。

solve(fvm::d2dt2(phi)

== c0*c0*fvc::laplacian(phi));

OpenFOAM 援用コードは Mathematica のような インタプリタコードと異なり、ネイティブアプリ ケーションとして動作するため、上記コードは一 般的な非構造格子有限体積法コードと概ね同等の 実用的な速度で実行される。

また OpenFOAM はオープンソースコードとし ての歴史は浅いものの、主として CFD 分野で使 用されていることから典型的な音響解析ソフトウ エアと比較してインストールベースが非常に多い。 そのためユーザによる情報交換・コードの改良・ ケースの共有、各種のサポートサービスを提供す るコンサルティングファームの存在など、2.-5.の 特徴を活かしたエコシステムが既に実質的に機能 している。一方で、音響解析のみに特化したコー ドをオープンソース化した場合にはこのようなエ コシステムの構築は非常に困難と予想される。



Fig. 2: Unstructured mesh system in Open-FOAM.

2 基礎方程式の離散化

2.1 基礎方程式

静止気体中の音響伝搬を表す速度ポテンシャル 形式の波動方程式は Eq. (1) のとおりである。こ こで音圧 *p* および粒子速度 *u* は以下で表される。

$$p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{2}$$

$$\boldsymbol{u} = -\nabla\phi \tag{3}$$

ただし ρ は空気密度である。

2.2 離散化

Eq. (1) における各微分演算の OpenFOAM で の取扱い概略を以下に述べる。詳細は文献 [8, 9] を参照されたい。

OpenFOAM では Fig. 2 に示すように、任意多 角形形状のコントロールボリューム (以下 CV) 中 心 (CV の幾何的重心) および境界面中心に物理量 が定義される。

Eq. (1)の両辺を時間不変な体積 V の CV に対 して積分し、時間方向中心差分によって離散化す ると、左辺は

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_V \phi \, dV \approx \frac{\phi^{n+1} - 2\phi^n + \phi^{n-1}}{\Delta t^2} V$$

ただし右肩添字は時刻ステップを表す。一方、右 辺については、ガウスの発散定理より以下となる。

$$\int_{V} c_{0}^{2} \nabla^{2} \phi dV = c_{0}^{2} \int_{S} d\boldsymbol{S} \cdot \nabla \phi$$
$$\approx c_{0}^{2} \sum_{f} \boldsymbol{S}_{f} \cdot (\nabla \phi)_{f} \qquad (4)$$

ここでf は多面体 CV 表面を構成する各面を表す。 また **S**_f は f における面積ベクトルであり、以下で 定義される。

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{f}} = S_{\mathrm{f}} \boldsymbol{n}_{\mathrm{f}} \tag{5}$$

ここで S_f は面 f の面積、n_f は面 f の CV 外向き単



Fig. 3: Non-orthogonal mesh treatment vectors in OpenFOAM.

位法線ベクトルである。

当該 CV P および f における隣接 CV N の中心 を結ぶベクトル d_{PN} が S_f と平行であるとき、Eq. (4) 最右辺の CV 表面 f における ϕ の勾配は ϕ の f における法線方向勾配 $\partial \phi / \partial n_f$ によって表され、 さらに ϕ_N および ϕ_P を用いて以下のように差分化 される。

$$\boldsymbol{S}_{f} \cdot (\nabla \phi)_{f} = S_{f} \frac{\partial \phi}{\partial n_{f}}$$
$$= S_{f} \frac{\phi_{N} - \phi_{P}}{|\boldsymbol{d}_{PN}|}$$
(6)

非平行時は、 $S_{\rm f}$ を直交成分 $\Delta_{\rm f}$ および非直交成分 $k_{\rm f}$ に分解して

$$oldsymbol{S}_{\mathrm{f}}\cdot(
abla\phi)_{\mathrm{f}}=oldsymbol{\Delta}_{\mathrm{f}}\cdot(
abla\phi)_{\mathrm{f}}+oldsymbol{k}_{\mathrm{f}}\cdot(
abla\phi)_{\mathrm{f}}$$

と表す。上式右辺第一項の直交成分に関しては Eq. (6) と同様に

$$\boldsymbol{\Delta}_{\mathrm{f}} \cdot (\nabla \phi)_{\mathrm{f}} = |\boldsymbol{\Delta}_{\mathrm{f}}| \, \frac{\phi_{\mathrm{N}} - \phi_{\mathrm{P}}}{|\boldsymbol{d}_{\mathrm{PN}}|}$$

によって算出される。第二項の $(\nabla \phi)_{\rm f}$ は、CV P および N における CV 中心の ϕ の勾配を補間して

$$(\nabla\phi)_{\rm f} = f_x(\nabla\phi)_{\rm P} + (1 - f_x)(\nabla\phi)_{\rm N} \qquad (7)$$

で与えられる。補間係数 f_x および $(
abla \phi)_{
m P}$ は以下 で求められる。

$$\begin{split} f_x &= \frac{\overline{\mathrm{fN}}}{|\boldsymbol{d}_{\mathrm{PN}}|}, \\ (\nabla \phi)_{\mathrm{P}} &= \frac{1}{V} \int_S d\boldsymbol{S} \, \phi \\ &\approx \frac{1}{V} \sum_{\mathrm{f}} \boldsymbol{S} \phi_{\mathrm{f}} \end{split}$$

ここで ϕ_f は Eq. (7) と同様に、CV 中心の値を界面に補間して求められる。

 $\Delta_{\rm f}$ および $k_{\rm f}$ の決定法は任意性を有するが、 OpenFOAM においては以下によって算出され、



(a) Problem geometry (b) Surface (Hexa) (c) Surface (Tetra) (d) Internal (Tetra) Fig. 4: (a) Problem geometry of the benchmark problem AIJ-BPCA B0-1T, (b) Surface mesh for Cases 1 and 2 (coarsened by factor of 2 for visibility), (c) Surface mesh for Cases 3 and 4 (coarsened by factor of 2) and (d) Surface and internal mesh (coarsened by factor of 8) for Cases 3 and 4.

Table 1: Computational setup.								
Case	1	2	3	4				
Approach	FDTD	FVTD						
Type of mesh	Orthogonal	Hexahedral	Nonuniform unstructured tetrahedral					
Number of cells/CVs	$81^3 = 531441$		531 441 531 333					
$\Delta x \ [m]$	0.012	3 [m]						
l_c [m]			0.025 [m] (40 elements per edge)					
$\Delta t \; [ms]$	0.02		02 0.0049					
$c_0 \mathrm{[m/s]}$	343.7							
Courant number	0.96		0.99 (max)					
Nonorthogonal correction		Uncorrected		Corrected				
Initial condition	A single wave of offset cosine (Eqs. (11), (12))							

図式的には Fig. 3 に示す関係を表している。

$$\Delta_{\rm f} = \frac{d_{\rm PN}}{|d_{\rm PN}|} S_{\rm f} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{k}_{\mathrm{f}} = \boldsymbol{S}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Delta}_{\mathrm{f}} \tag{9}$$

3 剛壁境界条件

本報においては、境界条件については剛壁境界 条件のみを使用する。本境界条件では境界面 b に おける粒子速度の法線方向成分 ub が 0、すなわち

$$u_{\rm b} = \boldsymbol{n}_{\rm b} \cdot \boldsymbol{u}_{\rm b} = 0 \tag{10}$$

であるから、Eqs. (3), (5) より、 ϕ の境界面法線 方向勾配が0であることを表す下式となる。

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{b}} \cdot (\nabla \phi)_{\mathrm{b}} = 0$$

実用的に重要な法線方向音響インピーダンス境

界条件、吸収境界条件等は、今後の課題としたい。

4 解析例

4.1 解析対象

解析手法の妥当性確認および非構造格子におけ る基本的特性把握のため、Fig. 4(a) に示す AIJ-BPCA ベンチマーク問題 [10] の B0-1T (時間領域 立方体内部問題) を解析した。

4.2 解析ケース

以下の4ケースを解析ケースとして設定した。 条件一覧は Tab. 1 を参照されたい。

Case 1 代表的な従来型手法として FVTD 法との比較のため、速度-圧力を交互に解くリープフロッグスキームによる FDTD 法によって解析す



Fig. 5: Transient sound pressure waveforms at the receiving point R2.

る。使用言語は Fortran77 である。格子分割数は 各座標軸方向を 81 分割し、格子幅 $\Delta x = 0.0123$ m、総セル数 531 441 である (Fig. 4(b))。時間刻 み Δt は 0.02 ms とし、このときの Courant 数は 0.96 である。

Case 2 Case 1 との比較による FVTD 法の基本 的妥当性確認のため、Case 1 と同様の解析格子お よび諸条件によって FVTD 法解析を行う。

Case 3 有限体積法および FEM 用の汎用自動格 子生成ソフトウエア (以下メッシャ)には非均一非 構造格子を生成するものが多く、特にオープンソー スのメッシャには非均一四面体非構造格子を生成 するものが多い。このようなメッシャを利用でき れば有用と考えられることから、オープンソース メッシャの一つである Gmsh によって生成した非 均一四面体非構造格子 (Figs. 4(c), (d))を用いて FVTD 法解析を行う。格子生成手法は Delaunay 法に最適化処理を適用した。格子密度を決定づけ るパラメータである特性長 *l_c* は 0.025 m (立方体 各辺を 40 分割)とし、このときの CV 数は Cases 1, 2 とほぼ同様の 531 333 であった。生成された 格子の最大辺長/最小辺長比は以下であった。

最大辺長/最小辺長比 = $\frac{0.0536 \text{ [m]}}{0.00848 \text{ [m]}} = 6.32$

 Δt は当該格子における最大 Courant 数を 0.99 に 抑えるため、0.0049 ms となった。ただし、2.2 節 に述べた非直交格子補正は行わない。

Case 4 非構造格子における非直交格子補正の 影響を Case 3 と比較するため、非直交格子補正を 行うほかは Case 3 と同一の解析格子および諸条件 によって FVTD 法解析を行う。

共通条件 全ケースに共通の初期条件として、音 圧および粒子速度が原点からの距離 *r* [m] に対し 下式となるよう *φ* を定めた。

$$p^{-1/2}(r) = \begin{cases} \frac{\cos 8\pi r + 1}{2} & (r < 0.125) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \text{ [Pa](11)}$$
$$\boldsymbol{u}^{0}(r) = \boldsymbol{0} \tag{12}$$

解析は時刻 t = 0.04 s まで行った。

5 解析結果

5.1 時間波形

ベンチマークテストにおいて指定された受音点 R2-R4 のいずれにおける時間波形も後述の傾向 が同様であったため、Fig. 5 に R2 の波形のみ示 す。FVTD 法による Cases 2-4 の各解析結果を、 FDTD 法による Case 1 と対照させている。

Fig. 5(a) の Cases 1, 2 の比較から、FDTD 法、



Fig. 6: Instantaneous pressure distributions on the clipping plane z = 0. Value scales are (a) -0.1 - +0.1, (b) -0.166 - +0.0696, (c) -0.2 - +0.2 [Pa] from black to white.

FVTD 法ともに、同一の格子および同一の解析条 件ではほぼ完全に一致した解析結果となっており、 FVTD 法解析の基本的な妥当性が示される。Case 1の FDTD 法と Case 3の非直交格子補正を行わ ない FVTD 法四面体格子解析結果を比較した Fig. 5(b) では、Cases 3の方がおよそ 1.5%位相進行が 速くなっている。

非直交格子補正を行った Case 4 の結果を示した Fig. 5(c) では、位相誤差は Case 3 とほぼ変わら ず、さらに t = 0.02 s 付近から数値振動が発生し て次第に発散状態となっている。Eqs. (8), (9) の 非直交格子補正手法は、 $30^{\circ}-60^{\circ}$ の比較的大きな 角度を有する傾斜格子に対する検討の結果、精度 及び実装の簡便さを勘案して実装されたと考えら れる [9]。一方で典型的な四面体格子の傾斜角は文 献 [9] における検討条件よりやや小さくなると考 えられることから、最善な補正法について検討の 余地がある。

5.2 瞬時音圧分布

Fig. 6 に、z = 0の断面における t = 0.025 s 付 近の瞬時音圧分布を示す。Cases 1, 2 が x および y 軸対称の音圧分布が比較的良好に維持されてい るのに対し、Case 4 では全面に渡って CV 間の数 値振動が見られる。

5.3 計算負荷

各ケースの CPU およびメモリ使用量を Tab. 2 に示す。計測は Opteron 2.4 GHz 機上の 64 ビット Linux コードによって行った。FVTD 法は全ケー

Table 2:	Processor	and	memory	usages.
----------	-----------	-----	--------	---------

Case	1	2	3	4
Processor [s]	28.0	343	865	2013
Per timestep [s]	0.0140	0.172	0.106	0.247
Memory [MB]	18	301	260	260

スで CPU、メモリともに FDTD 法の 10 倍以上 の負荷となっている。したがって計算効率の観点 からは、本手法が必ずしも現時点において従来の FDTD 法を置き換えるものではなく、1 章に述べ た目的に沿って使用される状況において有効性を 発揮しうると考えられる。

CV 数がほぼ同一の Cases 2,3 で四面体格子の Case 3 の方が時間ステップあたりの CPU 負荷が 小さくなっている。これは Eq. (4) に示されると おり、CV あたりのラプラシアン演算負荷が CV の 面数によって決まることによる。また、Cases 3, 4 の比較から、非直交格子補正によって CPU 負荷 が倍増していることがわかる。

6 結語

6.1 まとめ

時間領域音場数値解析における人間側のプリ・ポ ストプロセッシング負荷低減の観点から、FVTD法 (時間領域有限体積法)による音場数値解析手法を 導出し、オープンソース汎用数値計算ツールキット OpenFOAM上での実装を行った。従来のFDTD 法との比較では同一格子・同一解析条件下で実質的 に同一の解析結果が得られることを確認した。非 均一四面体非構造格子を用いた解析では、FDTD 法と比較して 1.5%程度の位相誤差となった。解析 における CPU およびメモリの負荷は FDTD 法の 10 倍以上であった。

6.2 今後の課題

今後の課題は多岐に渡るが、主としては多時刻 ステップの計算を安定かつ高精度に実施するため の解法の改善、実用上必要性の高い境界条件の導 出および実装、および1章に述べた所期の目的達 成のための計算環境整備が挙げられる。

解法の改善

- ラプラシアン演算における非直交格子補正法の 検討: 5.1節で述べたとおり、本実装における非 直交格子補正法は必ずしも最善の手法でない可 能性が高く、他手法との比較検討が必要である。
- 分散関係保存型スキームの実装:位相誤差を軽減可能なスキームについて検討の必要がある。
- 各種格子形状における特性把握:本報で扱った 格子以外にも六面体以上の任意多面体による非 構造格子など、多種の格子形状における特性把 握が必要である。
- ・並列計算効率に関する検討: FDTD 法と比較した本手法の低計算効率は並列計算によってある程度克服可能と想定されることから、並列計算に関する検討が必要である。

境界条件

- 法線方向音響インピーダンス境界条件の検討:
 実用上重要である本境界条件の定式化および実装が必要である。
- 開領域(吸収)境界条件の検討: FDTD 法において多用される PML は吸収層および隅角部における例外的処理が必要である等、非構造格子には適用困難であるため、他の手法について検討が必要である。

汎用解析環境整備

 本研究においては最終的に汎用利用に耐える解 析環境整備を狙っていることから、CAD、メッ シャ、ソルバ、ポストプロセッサに至る統合的 なデータフローを確立する必要がある。 ●他解析者とのコードおよびデータ互換性確保に ついても要検討である。

謝辞

本研究の一部は、科学研究費補助金 基盤研究 (B) 19360264 (代表: 酒井孝司) および若手研究 (B) 19760402 (代表: 大嶋拓也)の援助を受けた。 また本研究遂行においては、オープンソースソフ トウエアの OpenFOAM および Gmsh を使用し、 OpenFOAM ユーザコミュニティ各位からは多大 な教示を頂いた。記して感謝申し上げる。

参考文献

- [1] 日本建築学会(編).室内音場予測手法 理論と応用-. 丸善,東京, 2001.
- [2] 柳本 諭, 野呂 雄一, 久野 和宏. FDTD 法を用いた半無限障壁における回折減衰量の成分分解 Kouyoumjian の漸近解との比較-. 日本音響学会騒音・振動研究会資料 N-2006-27, 2006.5.
- [3] Tachibana, H., Shinichi, S., and Yokota, T. Room shape and sound diffusion design in room acoustics. *Proc. of ICA 2004 (Kyoto)*, Vol. III, pp. 2083–2090, 2004.4.
- [4] Renterghem, T. V., Salomons, E., and Botteldooren, D. Parameter study of sound propagation between city canyons with a coupled FDTD-PE model. *Applied Acoustics*, Vol. 67, pp. 487–510, 2006.
- [5] 大嶋拓也.反変速度-圧力交互時間進行による-般曲線座標系 FDTD 音場解析手法.日本建築学会 環境系論文集, No. 599, pp. 9–15, 2006.1.
- [6] Weller, H. G., Tabor, G., Jasak, H., and Fureby, C. A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques. *Computers in Physics*, Vol. 12, No. 6, pp. 620– 631, December 1998.
- [7] 今野 雅, 鎌田 元康. 解適合格子・超並列計算を用 いた住宅の通風性状予測ソフトウエアの開発(第1 報)オープンソース CFD ツールを用いた CFD 解 析ベンチマークテスト. 空気調和・衛生工学会学術 講演会講演論文集, Vol. II, pp. 1097–1100, 2005.
- [8] OpenCFD Ltd. OpenFOAM Programmer's Guide Version 1.3. March 2006.
- [9] Jasak, H. Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. PhD thesis, Imperial College, June 1996.
- [10] 日本建築学会音響数値解析小委員会. Benchmark platform on computational methods for architectural / environmental acoustics. http://gacoust.hwe.oita-u.ac.jp/AIJ-BPCA/.