

# 時間領域有限体積法による非構造格子波動音場解析

- オープンソース数値計算ツールキット援用による核コードの実装 -

正会員

大嶋 拓也\*<sup>1</sup> 同 今野 雅\*<sup>2</sup>

音場数値解析 時間領域 有限体積法 FVTD 法 非構造格子

## 1 はじめに

FDTD 法に代表される時間領域音場解析適用事例の急速な増大に伴い、FEM 解析等で多用される非構造格子用ブリ・ポストプロセッサに幅広く対応可能な汎用時間領域解析コードに対するニーズが高まりつつある。当該コードのための手法としては、原理的に構造格子を前提とする FDTD 法は適用困難である一方、FDTD 法に準じる簡便さおよび FEM と同等の格子自由度を有する時間領域有限体積法 (FVTD 法) の適用が有望視される。よって当該手法による音場解析手法の導出及び実装を試みたので報告する。

## 2 解析手法

基礎方程式 音圧  $p$  および粒子速度  $u$  が

$$p = \rho \partial \phi / \partial t, \quad u = -\nabla \phi$$

で表される速度ポテンシャル  $\phi$  を導入したとき、静止気体中の音響伝搬は以下の波動方程式で表される。

$$\partial^2 \phi / \partial t^2 = c_0^2 \nabla^2 \phi \quad (1)$$

ただし、 $c_0$ : 音速、 $t$ : 時刻、 $\rho$ : 空気密度である。

離散化 Fig. 1 に示す、任意多角形状のセル中心 (セルの幾何的重心) および境界面上に物理量が定義される非構造格子において Eq. (1) を離散化する。

Eq. (1) の両辺をコントロールボリューム (以下 CV)  $V$  に対して積分し、時間方向は中心差分を適用すると、左辺は

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_V \phi dV \approx \frac{\phi^{n+1} - 2\phi^n + \phi^{n-1}}{\Delta t^2} V$$

ただし  $\Delta t$  は時間刻み、右肩添字は時刻ステップを表す。一方右辺は、ガウスの発散定理より以下となる。

$$\int_V c_0^2 \nabla^2 \phi dV = c_0^2 \int_S dS \cdot \nabla \phi \approx c_0^2 \sum_f S_f \cdot (\nabla \phi)_f \quad (2)$$

ここで  $f$  は多面体 CV 表面を構成する各面を表す。また  $S_f$  は  $f$  における面積ベクトルであり、以下で定義される。

$$S_f = S_f n_f$$

ここで  $S_f$  は面  $f$  の面積、 $n_f$  は面  $f$  の CV 外向き単位法線ベクトルである。Eq. (2) 最右辺の CV 表面における勾配は、当該 CV  $P$  および  $f$  における隣接 CV  $N_f$  の中心を結ぶベクトル  $d_f$  が  $S_f$  と平行であるとき、下式  $\phi$  の  $f$  における法線方向勾配  $\partial \phi / \partial n_f$  を用いて以下で表される。

$$S_f \cdot (\nabla \phi)_f = S_f \frac{\partial \phi}{\partial n_f} = S_f \frac{\phi_{N_f} - \phi_P}{|d_f|}$$

非平行時は時間進行に対し常に陽な補正項が導入される。詳細は文献 [1] を参照されたい。

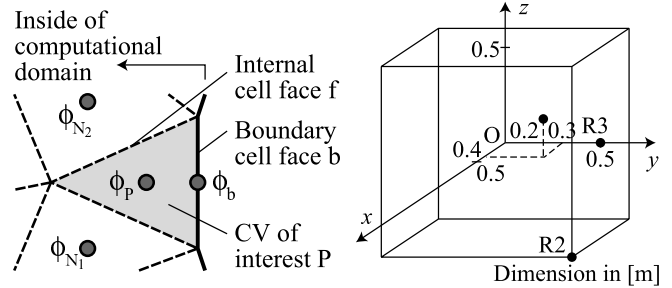


Fig. 1: Unstructured mesh system.

Fig. 2: Geometry for AIJ-BPCA B0-1T.

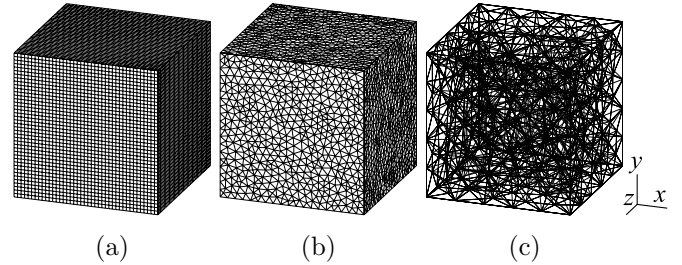


Fig. 3: (a) Surface mesh for Cases 1 and 2, (b) surface and (c) volumetric mesh for Case 3, coarsened by factors of 2 in (a) and (b) and 8 in (c) for visibility.

Tab. 1: Computational setup.

Case	1	2	3
Approach	FDTD	FVTD	
Type of mesh	Orthogonal	Hexahedral	Tetrahedral
Number of CVs	81 <sup>3</sup> = 531 441		531 333
$\Delta x$ [m]	0.0123 [m]		—
$l_c$ [m]	—		0.025 [m]
$\Delta t$ [ms]	0.02		0.0049
$c_0$ [m/s]	343.7		
Courant number	0.96	0.99 (max)	

## 3 解析例

提案手法をオープンソースの数値計算ツールキット OpenFOAM [2] を用いて実装し、以下の解析を行った。

### 3.1 解析対象

Fig. 2 に示す AIJ-BPCA ベンチマーク問題 B0-1T (時間領域立方体内部問題) を、以下 3 ケースで解析した。

Case 1 代表的な従来型手法との比較のため、Fig. 3(a) に示す直交直線等間隔格子によって各辺を 81 分割し、粒子速度 - 音圧を交互に解く FDTD 法 [3] によって解析する。

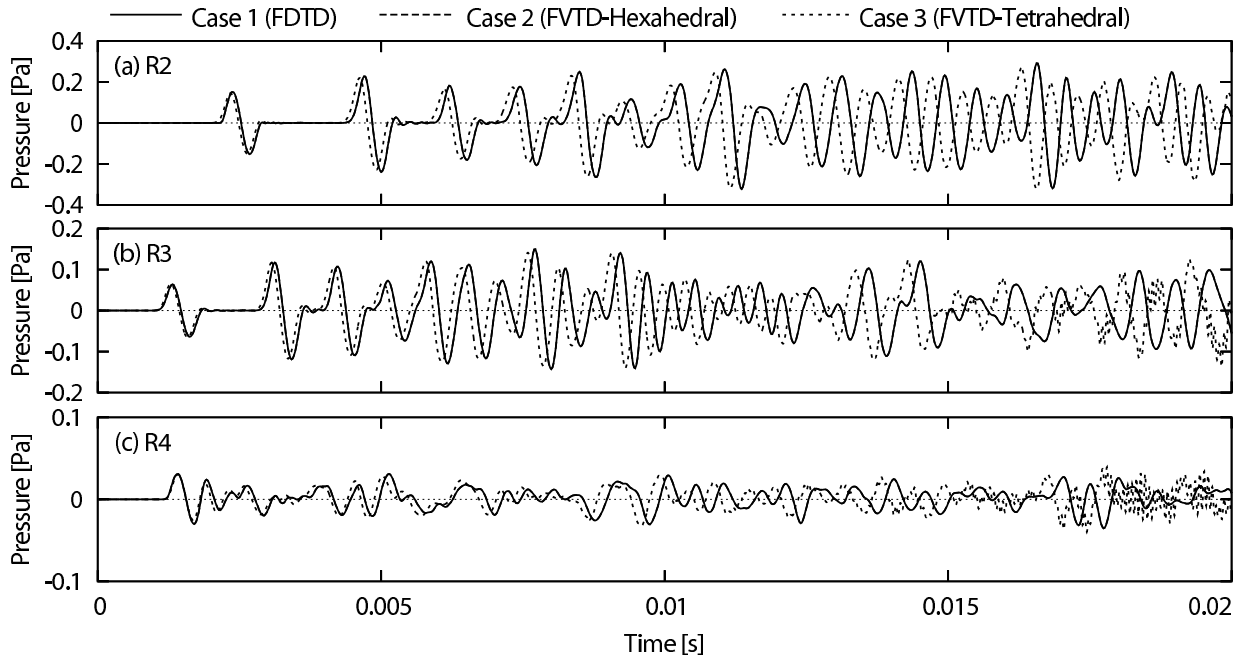


Fig. 4: Transient sound pressures at receiving points R2–R4.

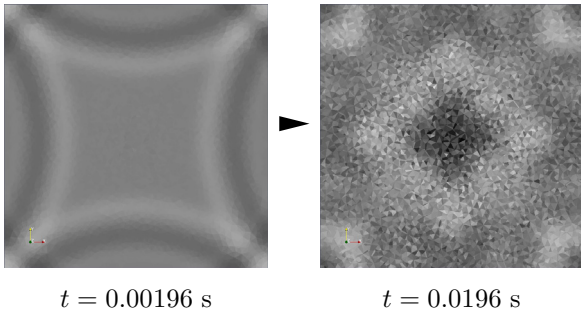


Fig. 5: Pressure distributions on the  $x$ - $y$  plane at  $z = 0$ . Black-white grayscale corresponds to  $-0.2 - +0.2$  [Pa].

**Case 2** 提案手法の基本的な妥当性確認のため、Case 1 と同一の格子および条件の下、FVTD 法で解く。

**Case 3** Fig. 3(b)–(c) に示す四面体非構造格子分割の下、FVTD 法によって解く。格子生成には Delaunay 法による汎用メッシュ生成ソフトの Gmsh [4] を用いた。格子密度の目安となる特性長  $l_c$  は 0.025 (各辺を 40 分割) とした。生成された格子の最大辺長/最小辺長比は以下であった。

$$0.0536[\text{m}]/0.00848[\text{m}] = 6.32$$

その他の設定条件詳細は Tab. 1 に示す。ただし  $\Delta x$  は格子幅である。初期条件は音圧および粒子速度が原点からの距離  $r$  [m] に対し下式となるよう  $\phi$  を定めた。

$$p^{-1/2}(r) = (\cos 8\pi r + 1)/2 \quad (r < 0.125) \text{ [Pa]}, \quad 0 \text{ otherwise}$$

$$\mathbf{u}^0(r) = \mathbf{0}$$

### 3.2 解析結果

Fig. 4 に、受信点 R2–R4 における音圧時間波形を示す。全ての受信点で Cases 1, 2 の波形はほぼ完全に一致してお

Tab. 2: Processor and memory usages.

Case	1	2	3
Processor [s]	7.6	160	1156
Per timestep [s]	0.0152	0.16	0.283
Memory [MB]	18	286	297

り、FDTD 法との比較における本提案手法の基本的な妥当性が確認される。一方で Cases 2, 3 の比較では、全受信点において Case 3 の方が 1.5% 程度位相の進行が速くなっている。また受信点 R3 および R4 においては、Case 3 の概ね 0.15 s 以後で数値振動が観測される。

さらに Fig. 5 に示す解析対象の  $z = 0$  における  $x$ - $y$  断面上の瞬時音圧分布を見ると、計算開始直後の  $t = 0.00196$  s には滑らかであった音圧分布が、 $t = 0.0196$  s においては解析領域全体で数値振動が発生している。

Tab. 2 には各ケースの CPU 時間およびメモリ使用量を示す。FVTD 法は両者ともに FDTD 法の 10 倍以上の負荷となっている。

### 4 まとめ

FVTD 法による非構造格子音場数値解析手法を導出及び実装し、FDTD 法との比較により基本的な妥当性を示した。四面体非構造格子における位相誤差および数値振動の解決が今後の課題である。

謝辞 本研究は科学研究費補助金 若手 (B) 19760402 の補助を受けた。また、OpenFOAM ユーザーコミュニティ各位の有益な助言に深謝する。  
参考文献 [1] OpenCFD Ltd. *OpenFOAM Programmer's Guide Version 1.3*, 2006. [2] Weller, H. G. *et. al.* A tensorial approach to computational continuum mechanics using object-oriented techniques, *Computers in Physics*, **12**-6, pp. 620–631, 1998. [3] 日本建築学会 編. 室内音場予測手法 - 理論と応用 -, 丸善 (東京), 2001. [4] Geuzaine, C. *et. al.* <http://www.geuz.org/gmsh/>

\*1 新潟大学工学部建設学科 助教・博士 (環境学) \*1 Assis. Prof., Dep. of Civ. and Arch., Fac., of Eng., Niigata Univ., Ph.D. Env. Stud.  
\*2 東京大学大学院工学系研究科建築学専攻 助教・博士 (工学) \*2 Assis. Prof., Dept. of Arch., Grad. Sch. of Eng., Univ. of Tokyo, Dr. Eng.